

# 季理真教授谈数学与科研心得

(Professor Lizhen Ji talks mathematics and scientific research experiences)



[GCMA Seminar]

## 座谈会第二部分的详细记录

2011年6月15日周三下午，数学学会邀请到了国际知名数学家季理真教授参加座谈会。这次座谈会一共一个半小时，分为两部分。第一部分是报告形式，由季理真教授畅谈自己的数学心路历程和科研经历，第二部分则是座谈会形式，听众可以与季理真教授直接进行面对面的交流，就自己感兴趣的学术研究方面的问题与季教授展开讨论。数学学会根据会议录音详细整理了第二部分中同学们的问题和季教授的解答，希望对广大有志于搞科研的朋友、特别是留德学生学者能有所帮助和启发。

*问题1: 在刚才的讲话中您说，您的博士论文题目是自己确定的，请问您具体是怎么确定自己的论文题目的，用了多长时间呢？*

季：丘成桐先生<sup>[注1]</sup>在哈佛大学时为学生组织学生研究班 (student seminar)，引起了 New Yorker<sup>[注2]</sup>对他的攻击，说哈佛的seminar (研究班) 很多，每个星期碰三次，每次三个小时，很累。我说，我们随丘先生在加州大学圣亚哥分校读书时seminar更多，每天都有，吃饭都在讨论团里吃。丘成桐先生说，我们参加seminar是来学东西的，论文的事情要我们自己解决，丘先生的学生很多，有些人念得并不好，一个香港来的学生，读了十几年，没读出来。因为论文做不出来，有一些学生离开了，读不下去了。但是，我觉得丘先生的训练方法实际上非常好，因为你自己能够活下来的话，基本上独立能力都比较强。

我博士念得时间比较长，master (硕士) 两年，接下来 (博士) 四年，差不多六年。基本上在丘成桐先生那里读博士的念得时间都比人家长。另外，我给学生建议，读书不要过早毕业。因为，我们学校每年都有学生来申请工作，我们从来不看这个学生念了几年，不在乎。我们看他做了些什么东西出来，因为你多待一段时间的话，有充分的时间去发表文章，研究成果看起来会比较好。

我在和人交往中学到了很多东西，实际上我那时不是很用功，时常觉得孤独，经常看着天空。我觉得很奇怪，那时怎么会有那么多时间觉得孤独、孤单，现在根本没有空。但在那段时间seminar很多，除了觉得孤独以外，其他的时间都在干事情。

<sup>[注1]</sup> 丘成桐 (Shing-Tung Yau) 先生是季理真的博士导师，是公认的当代最具影响力的数学家之一，他的工作深刻变革并极大扩展了偏微分方程在微分几何中的作用，影响遍及拓扑学、代数几何、表示理论、广义相对论等众多数学和物理领域。丘成桐先生曾经获得许多数学奖项，包括1982年的菲尔兹奖 (Fields Medal)、2010年的沃尔夫数学奖 (Wolf Prize in Mathematics) 等。

<sup>[注2]</sup> The New Yorker (译作《纽约客》，也译作《纽约人》) 是一份美国知识、文艺类的综合杂志，其网页为 <http://www.newyorker.com/>。

*问题2: 但我们系的seminar比较少，主要靠自己学。*

季：我们这个seminar是丘先生组织的seminar。这个seminar是我们自己讲，这个教育可能和德国的比较像，教授拿了很多文章来，说这个感兴趣，你去讲。在我眼里，这是非常好的教育方式，因为大家必须都到。如果哪一天没有丘先生的要求，那大家可能都散掉了，不想来。他坐在那，就压着我们了。现在才知道，养儿方知父母恩，他这么忙，听这个东西，对他可能没有什么效果，他是为了学生好。我觉得这对于我来说是教育当中最重要的一步，当时不得不去听很多东西，不得不去念还有讲很多东西，这是非常好的。

### 问题3: 如果没有seminar的话就全靠自学了吗?

季：自学我觉得是这个样子，自学比较好，但和人交往也很重要。像我这次来这里，上个星期在黑森林开会，开完会准备去Leuzinger教授<sup>[注1]</sup>家里，路上就和他聊天，一聊天就发现，我们可以合作写两篇不错地文章。我非常鼓励所有的年轻人，你们有机会就和别人多交流，因为你有时候想不到你有一些idea（想法）从什么地方来。念人家的文章也很好，丘先生和我们说，说他当时在Berkeley读书时从来没出去玩过，整天呆在图书馆，书架上的书，从上面一排下去全部都读，他是这么念的。数学上，其他学科也是，常常是一个领域的东西应用到另一个领域非常有效，原创性比较多。什么叫所谓的原创？用一些标准的方法去解决人家没想到的新的问题就算。

另外有一个非常出名的数学家叫Serre<sup>[注2]</sup>，很厉害，八十几岁了，还很active（活跃），Serre教授八几年去新加坡的时候，做了一个采访。在采访中，他很鼓励地说，你不要觉得现代数学发展的太深了，实际上没有这回事。在任何领域，只要关键的文章念了5、6篇以后，你就会比一般人都懂得多。比如说，现在我在和Strasbourg的一位教授合作写另外一篇文章，是关于一位纳粹（Teichmueller<sup>[注3]</sup>）发现的一个理论。很多数学家对这位纳粹特别反感，但这个人的数学还是很好的。我和Strasbourg的教授说，这个理论的起源比较独立，现在的应用却非常广，我们都感兴趣，不如一起来写一篇文章。

我觉得学东西比较好的方式有几种：不懂的时候教一门课或者写一篇文章。因为写完了以后就学会了，还有写书别人会觉得比较难，我已经写了三本了，接下来我还有好几本要写，因为可以学东西。那个教授说，好，我们一起写，但这个理论很多都是德文，我们都不懂德文，那我们就去问，我们寻找用英文对这个理论论述过的学者，还活着的，我们就写信去问，不回信的，我就打电话去问。后来经过一两个月，我觉得我对这个问题的了解已经比一般人深很多了，所以我们现在在写。

上个星期，那位教授也很用功，身体受不了了。和我给他压力有没有关系我不知道，反正，上个星期我碰到他，我们本来约好十点半见面，后来他说推迟一个小时，他需要再查一点材料，十一点半我去找他，他很疲倦，不能站着讲话，必须坐着。后来他太太来，把他送到医院去急诊。前几天收到他的邮件，说他已经康复了。我要说的是，一两个月前，我们对这个问题是不怎么懂的，后来我就问所有懂的人，人家不回信，我就打电话，这没什么不好意思的，很快就比一般人懂得多了。我喜欢引用圣经上一句话：“Keep on asking, and you will receive what you ask for. Keep on seeking, and you will find. Keep on knocking, and the door will be opened to you.”

谈到圣经，另外一件事对我的影响也很大，使我感到人生命的珍贵，能力的有限。那是我01年去参加会议，访问两个星期，乘飞机到阿姆斯特丹转机。飞机起飞7、8分钟后，机长说我们要返航，飞机飞回机场上空，就往下掉，然后又突然飞上去，这样来回了好几次。接下来，机长解释说，因为我们飞机的轮子卡住了，需要把它甩出来，但事先他却并没有告诉我们。因为不知道到底有没有摔出来，飞机需要飞得很低，让地上的人看一看，但非常不幸，我们得知轮子没能甩出来，后来在天上折腾了一个小时四十分钟，我们飞机上的乘客都觉得很绝望，不知道能不能活下去。但一个多小时可以想通很多东西，这之后我

觉得生活中一些本来很计较的东西，也无所谓了，而且，以前觉得自己很厉害，靠自己奋斗取得现在的成就，但此刻不是也是无能为力吗，这对我的人生观也产生了触动。

<sup>[注1]</sup> Enrico Leuzinger教授是卡尔斯鲁厄理工学院 (Karlsruhe Institute of Technology, 简称 KIT) 数学系的教授，主要研究方向为度量几何 (metric geometry) 和微分几何 (differential geometry)，他是季理真教授访问卡尔斯鲁厄理工学院的邀请者之一。

<sup>[注2]</sup> Jean-Pierre Serre (1926年9月15日-) 是一位法国数学家，主要贡献的领域是拓扑学、代数几何和数论。他曾经获得许多数学奖项，包括1954年的菲尔兹奖 (Fields Medal)、2000年的沃尔夫数学奖 (Wolf Prize in Mathematics) 和2003年的阿贝尔奖 (Abel Prize) 等。

<sup>[注3]</sup> Oswald Teichmüller (1913年6月18日-1943年9月11日) 是一位德国数学家，他将拟共形映射 (quasiconformal mappings) 和微分几何的方法引入到复分析中，Teichmüller space也因此以他的名字而命名。

*问题4: 季教授，您每天要工作多长时间?*

季: 我睡得挺少的，每天5、6个小时就够了，不过，我有三个孩子，我可能比你们都辛苦，每天早上起来，我要烧饭，送孩子去学校，然后下午2点40多要离开大学接孩子，晚上回来要烧饭，全部弄好了，再看书，并没有几个小时，我出差这段时间时间反而多些。

*问题5: 您之前提到要读各个领域关键的文章，但现在文献那么多，怎么找这些文章呢?*

季: 可以问专家，这一点挺重要，要去找些专家，接触一下。因为自己摸索比较难，文章太多。以前，我会看最新的文章，觉得最新是最好的，但并不是这么回事，究竟是看新出版的文章还是老的文章，应该去找专家指点一下。

*问题6: 季教授，听了您对自己经历的描述，从您刚到美国，当时是您研究最低潮的时候，之后您一直往上走，到MIT再到Michigan大学。您讲了很多事情，包括您的博士论文，您申请的职位。我觉得，您可能比较谦虚一点，说这些是运气，说您自己也不知道是什么原因，但我觉得肯定有一个原因决定着您是在往上走，那这个原因您觉得是什么?*

季: 这个，我觉得德国和美国一样，最重要的，还是看你做的数学怎么样。我这个人可能好奇心比较强，比较童子心，呵呵，我常常会同一些简单的问题，我看法和别人不一样。我看问题也和别人不一样，这当然有优势，也有难处。我毕业时，丘成桐送给我三句话，有两句我写在自己的书里了，但这句我没有写，他说得很实在，他说你要记得，在数学或者任何一个领域里，大家只会看到第一或者第二，你必须要在很前面，而在后面的人就不会被看见了。那我想，存在的领域我争不过人家，那我自己创造个领域好了。我有自己的风格，我自己做，这样的话，这个领域里我就是第一了。我兴趣比较广，我最近写了几篇文章，关于Ricci flow，当时，我们系里邀请了几个研究这个领域的人，后来系里叫我来招待他们一下，我说好啊，没问题。招待他们的时候，我说，你能讲讲你做的内容吗，他讲完之后，我说，我觉得很奇怪，你做这个东西时，为什么不考虑另外一个方面呢？他说，他没想过。我告诉他说，从其他的角度来看，这个问题很重要，后来我们写了很好的文章。每个人都有自己的优势，我就尽量发挥自己的优势。

*问题7: 另一个问题是，我觉得读博士的过程是个自我发现的过程，一定要发现自己的缺点、优点，发挥自己的长处，然后把缺点补上去，但有时候人的思维会走进一个死胡同，看不到自己的优点缺点。另外，从某种意义上讲，我们要区分所谓的执着和固执，那如果您研*

究一个课题，很长时间都没有结果，这个时候，您如何来判断，这个课题是否还有希望，是否要终止这个课题呢？如何分配人的有限的精力？

季：这个问题我也问过很多名家，这里有好几个方法吧，但是你必须首先要坚持。但坚持也并不是死钻牛角尖，这会让人发疯。这里我觉得，你可以多选几个问题，多选几个问题并不代表你要放弃那个还攻克不下的课题，不是放弃，你可以先放放。

人的精力是有限，但也是个平衡的问题，这个平衡确实很难做。我的身上也有这样的例子，比如有一次，我想做一个东西，遇到了瓶颈，我也没有去算一个简单的例子就放弃了。后来，另外一个人做了出来，我就和他说，你看，当时我也没算个简单的例子，放弃得太快了。这其实是很正常的，每个人都发生过。所以，就像撒种一样，你只要撒得多就肯定有收获，不可能去保证颗颗都有收获。一定要坚持。另一方面，我记得当初我写第一篇文章后来成书的时候，我太太说我像发了疯一样。因为，第一天觉得文章可以了，第二天就觉得不行，第三天又可以了，第四天又不行，反复了好久，像发疯一样，如痴如狂，常常是对又错，错又对。但每一次反复，你的理解都会稍微深一些。另一方面，我觉得稍微广点比较好，每个人肯定都有困难，如果很简单的话，这个东西也不会很有价值。

问题8.1: 您编过很多数学家的专辑，我有两个问题，一个是当今数学发展的基本哲学思想是什么方向，另一个是，您谈到了数学和人文的关系，数学和人文之间的结合有什么意义呢？

季：我觉得这个很重要，因为如果我认识一个数学家，我会想把他了解得比较清楚，数学也是很需要想象力的，比如说最近我在准备一个讲稿，7月份南开要开一个数学和文化的会议……

问题8.2: ……我想问，数学和文化有什么交流？

季：这个问题大家都在探讨，所以会在南开开这个会。

问题8.3: 能不能举个例子？

季：比如说，数学家写小说……

问题8.4: ……这个我觉得不能算交流。

季：这个问题我也不是很清楚，但大家都觉得很重要，大家觉得人文修养对数学很重要。比如说，有一点，数学上写论文，怎么去表达是很重要的。只要求把东西说清楚，其实是不够的，怎么让别人理解也很重要。人文这个问题，我想丘成桐也讲过，做数学，想象是很重要的一点，需要感情的投入。这方面很难精确的来描述。

问题9: 那现在有什么数学的哲学思想影响力比较大？比如，牛顿发明微积分的时候，他把一个弯曲的运动，无限的细分，当它趋近于零的时候，就可以被看作是直线了，这就是一种数学思维。黎曼通过不同的形体，比如一个方的形体，看成一个多面体，面越来越多，越来越多，然后，就产生了微积分的事情。那当前的数学哲学思想是什么呢？

季：现在比较好的东西，是不同领域的结合。现在的数学里，算数、代数、几何是最红的（最活跃的数学分支），三个的交叉更红（更加活跃），我们看看最近谁拿了菲尔兹奖，比如Perelman<sup>[注1]</sup>的“Poincaré猜想的解决”研究的是拓扑的问题，大家都觉得这个猜想用拓

扑的方法可以解决，最后却是用分析的方法解决的，是用几何分析来解决拓扑的东西。还有，吴宝珠<sup>[注2]</sup>的论文是来源于数论和几何的结合。还有Lindenstrauss<sup>[注3]</sup>解决的是数论的问题，他的论文是“Entropy properties of dynamical systems”。还有用分析来解决概率的问题的。现在，不同领域交叉的东西很重要，因为，很多基本的东西都已经解决了。所以说，面比较广会有优势。这和做生意类似，从一个地方买了便宜的东西再卖到另外一个地方，这样比较好。你在这个领域懂得比别人少，但你能把它应用到另外一个领域，在另外一个领域你对原来领域懂得比别人多，那你就是专家。现在最热门的是Heat flow大家都在做。另外，经典的东西也很重要。

<sup>[注1]</sup> Grigori Perelman是一位俄罗斯数学家，他对庞加莱猜想 (Poincaré conjecture) 的证明做出了决定性的贡献。2006年8月22日，他在第25届国际数学家大会上获得菲尔兹奖，但他并未现身，也未出席这次大会，没有接受菲尔兹奖。

<sup>[注2]</sup> 吴宝珠是一位越南数学家，他因证明罗伯特·朗兰兹 (Robert Phelan Langlands) 和黛安娜·谢而斯塔德 (Diana Shelstad) 的自守形式基本引理 (fundamental lemma for automorphic forms) 而知名，被《时代杂志》选为2009年十大科技进展之一，并于2010年获得菲尔兹奖。

<sup>[注3]</sup> Elon Lindenstrauss是一位以色列数学家，2010年菲尔兹奖得主。

*问题10.1: 您觉得用中文表述数学比较简单还是用英文比较简单?*

季: 对我来说，英文比较简单，因为我看中文的书看不懂。

*问题10.2: 数学之所以在中国没有发展起来，中文也是一个很大的因素。您怎么认为呢?*

季: 我想可能有一定的原因吧，我现在读数学是用英文在想，但国内的人看数学的话，用中文想比较习惯。比如清华大学的系主任和我一起乘飞机的时候说，他用中文思考就比较习惯，实在不得已的时候才用英文。如果平时都是讲中文，那看英文就不是很习惯。因为数学的感觉很重要，潜意识的感觉。我觉得是有一定的影响的。

*问题10.3: 那您觉得是不是英文有优势? 普遍来讲，并不是针对您。比如说有两组学生，一组用英文来学习数学，一组用中文或者德文来学，那会不会是用英文来学习的平均成绩比较好?*

季: 我觉得英文会有优势，因为现在很多文献都是英文的。我看中文的数学就看不懂，很多词不知道是什么意思……

*问题10.4: ……您觉得看不懂是中文表达不清楚，还是……*

季: ……因为专业名词不懂，还有是因为看英文的多了，习惯了。现在我看中文的文章，要把它翻译成英文去理解。

*问题10.5: 那您是不是觉得中文有思维上的劣势? 这样的话，我们需不需要改革中文? 如何改革呢?*

季: 那就是这个样子，等中国强盛以后，所有的人都会来学中文 (笑)。

*问题10.6: 那中文到底是不是一种数学的语言，表达够不够清晰?*

季：这个我不知道。但我觉得中文在文字的理解上要比比较好，英文写的句子，写好了之后翻译成中文会比较短。中文表达的比较紧致，某种意义上更加数学化。

*问题10.7: 我觉得中文还是很艺术化，因为它有的时候会有歧义，用来作为艺术的语言很不错，在艺术上有很强的表达能力，比如写词写赋，但在自然科学里这是很致命的缺点。*

季：那你这样说的话，我在法国的时候，他们说英语不够精确，法文和德文可能更严格一些……

*问题10.8: ……但中文连语法都没有，中文的语法是后来才建立的……*

季：……是吗，这个我不太清楚。但20世纪初期，德国的数学是绝对领先的，当时，很多数学的文章都是用德文写的。法国的数学也是一直都很好，德文和法文应该也都是合适的。我觉得语言的话，习惯了就可以了。……

*问题10.9: ……这里有两个问题，一个是你学习用的语言，还有一个是你的母语和你形成的思维之间的关系。这是一个还原的问题，还原到最后，我觉得思维和母语是有直接联系的。*

季：实际上元朝的时候，中国的数学非常好，达到世界先进水平，后来就不行了。

*问题11.1: 中国传统文化上也不重视数学吧，科举里也只有文和武，没有理科。*

季：中国讲究实用。而且，实际上我看文章不喜欢看那种特别严格的，我要知道大致的主要内容。你说这个不是很严格，但可能他更适合表达一些想法，这对创造更加重要。而且中文比较简要。还有，有人说，中国的科技不好和宗教是有关系的。

*问题11.2: 我觉得数学有些内容翻译成中文就很奇怪，那些词都没有什么意义……*

季：……因为你不习惯，比如说，你现在听几何、代数还会有不习惯吗？你分析一下什么叫代数，叫这个名字也很奇怪。什么叫几何呢？第一个听几何的人怎么理解几何呢？“人生几何？”（笑）现在你听习惯了，一说几何，就知道是和形状有关的，但中文的这两个字——几何和形状是没什么关系的。

同学们的讨论：我觉得数学很多是用数字和公式来表达的，如果文字会对数学产生这么大的影响的话，那对其他的学科就会影响更大，就没办法发展了。我理解，数学最基本的表是通过函数、通过方程、通过数字来表达的，然后才是文字。

*问题12.1: 季教授，还有一个问题可能大家比较关心，就是，许多留德学子将来还是打算回国工作，回国做科研。您在中国和美国都做教授，您能比较一下中国和美国的科研环境。如果我们将来要回国，应该在国外做哪些准备比较重要？*

季：就学术环境来说，美国或者德国肯定要比中国要好。

*问题12.2: 但现在，问题是，走学术这条路越来越难了。……*

季：……没有啊，为什么这么说呢？

问题12.3: 我举个比较简单的例子, 95年以后, 想去美国的中国人、印度人、俄罗斯人人数增长了很多, 竞争非常激烈。而且, 现在美国的高校更注重培养本土的美国人、女性, 或者是黑人, 因而美国人会更具有优势。

季: 你说的情况是博士后, 博士刚拿到。美国政府确实有规定, 一些资金只能发给有绿卡的人, 但如果你水平真的很好的话, 到了下一个阶段 tenure-track job<sup>[注1]</sup> 就好找了。美国经济现在确实不怎么好。

其他领域我不知道, 但在数学上, 我没有感觉人数上有什么变化。偏应用的学科可能人数比以前多了, 但数学上, 我没感觉有变化。我之前问过一个在耶鲁大学毕业的人, 他大概是八几年毕业的, 我说你们那几年毕业的博士生最后留在学校工作的有几个? 他说, 好像就一个。以前很少, 现在也很少。但一开始的时候, 第一个工作在名校里会很有好处。

[注1] tenure-track job 是指可成为终身职位的工作, 例如有可能升为终身教授的助理教授职位。

问题13: 季教授, 我想问一下, 您有没有什么可以和大家分享的学习方法? 比如说, 您说您会写数学日记, 这个有什么样的帮助呢?

季: 这个我觉得非常有帮助, 这个我应该做的, 现在已经很久没写了。我说交流很重要, 我以前写数学日记的时候, 每天都总结一下自己学了什么东西, 对我自己很好。为什么会开始写数学日记呢? 因为当时我那个很细心的老师<sup>[注1]</sup>, 送给我一个非常好的笔记本。我用起来比较小心, 这么好的笔记本, 不是随便写乱七八糟的东西的。我就开始用这个本子写, 每天晚上都稍微总结一下。在本子上记录自己的想法, 自己有什么想法就记下来, 不然时间长了会忘记。而且, 写的过程当中, 你会想得比较深刻。这个过程很重要, 写的时候会帮助你思考。教过课的话你也知道, 自己准备的过程中, 会学到很多东西。写数学日记很好, 我也鼓励大家做这样的事情。现在很糟糕的是, 上网回邮件, 会花费很多时间。不知道你们怎么样, 我觉得这非常浪费时间。另外我鼓励大家多和人交流, 德国的中国学生我不知道怎么样, 美国的中国学生一般不太爱问问题, 比起美国学生, 中国学生问的问题比较少。不知道德国怎么样? (答: 也是) 我觉得这样不好, 相当不好。我现在问问题也算比较多的, 我为什么会问啊? 因为我问了之后, 会对这个问题想得比较多一些。

还有, 德国和美国找工作好像有一个很大区别。德国申请工作的话, 好像不需要推荐信。在美国, 这非常重要, 你在申请工作的时候, 必需要交上3、4封推荐信。而且, 推荐信最好不要全部来自于你的老师。我们希望分散一点, 比如你在KIT念书, 但Bonn来一封推荐信, Heidelberg也来一封推荐信就比较好, 这样看起来分量比较足。但人家为什么要给你写信呢? 人家需要知道你研究的东西, 这个时候跟人接触就很重要。

美国不错, 美国比较自由, 教授和下面的学生接触比较随意, 我感觉德国的教授和下面人的关系比起美国来就严格的很多, 比如, 正教授和副教授就分得很清, 在美国就随便一些。

现在我觉得国内有很糟糕的一点, 国内的博士要毕业必需在SCI上发表文章, 我认识一个博士生, 快要毕业了, 但论文还没有被SCI批下来, 他就很着急, 让我帮忙催一下。我就写信给主编, 后来主编说没有这么快。

去年我去清华, 搞了一个讨论班, 我请了一些名家讲一些通俗的数学, 我就希望请名家讲通俗的, 后来办得很成功, 我就希望学生多学点东西。因为国内要是有这个制度的话, 他们一进入研究生, 就马上要写文章。其他所有和博士论文不相关的东西都不学, 这个后果就很严重。老师局限于一个圈, 学生的圈就更小, 非常局限。而且, 国内你稍微有些权利就放不下了。还有你稍微成功点, 就马上给你升官, 这个环境非常不适合做学问。

<sup>[注1]</sup> 这位老师是指季理真在美国东北大学时的一位很聊得来的老师兼朋友——Mark Goresky 教授，他曾给了季理真许多指导，不仅是学术上的，更有人生的指点。同时他也是季理真的两位博士导师之一。

主持人：好，由于时间的关系，我们今天的座谈会到这里就结束了，非常感谢季教授的座谈！

中国留德学人数学与应用数学学会 (<http://www.gcma-ev.de>)

2011年7月1日